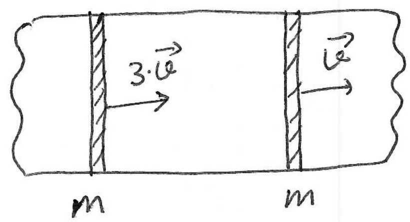
Олимпијада знања 2019

Рјешења задатака из физике за II разред

1. m, $n = 1\ mol$, C_V,



Температура гаса биће највиша онда када он буде највише сабијен. Лијеви клип ће, због дјеловања силе притиска гаса, успоравати своје кретање, а десни ће убрзавати. У једном тренутку брзине клипова ће се изједначити и тада ће растојање између клипова бити најмање, одн. гас ће имати највишу температуру. Брзине клипова у том тренутку могу се добити из з. о. и.

$$m\cdot 3v + m\cdot v = 2m\cdot v_1 \Rightarrow 4v = 2v_1,\ \text{тј.}\ v_1 = 2v.$$

Дакле, лијеви клип је, од почетка до овог тренутка, извршио на гасу рад једнак промјени своје кинетичке енергије:

$$A_1 = \frac{9}{2} mv^2 - 2mv^2 = \frac{5}{2} mv^2$$

Истовремено је гас извршио рад на десном клипу:

$$A_2 = 2mv^2 - \frac{1}{2} mv^2 = \frac{3}{2} mv^2$$

Укупан извршени рад је: $A = A_1 - A_2 = mv^2$.

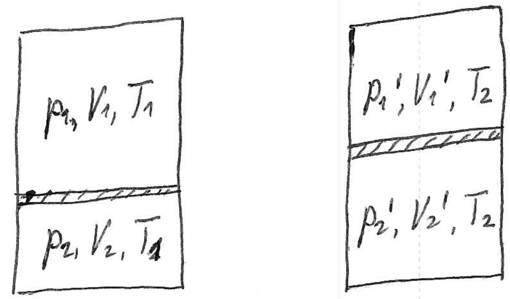
Како је цио систем топлотно изолован, тај сав рад иде на загријавање гаса, одн. на промјену његове унутрашње енергије:

$$mv^2 = \Delta U = C_V (T - T_0)$$

Слиједи: $\boxed{T = T_0 + \dfrac{mv^2}{C_V}}$

(2.) Стање гаса су приказана на слици, при чему је

$V_1 = nV_2$, $n=3$.



Како је у оба дијела суда исти број молова гаса на истој температури, то је: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot n$

У првом случају клип ће заузети положај при коме је:

$p_1 + \frac{Q}{S} = p_2$, гдје је Q тежина клипа, а S површина његове основе.

Даље је: $p_1 + \frac{Q}{S} = n \cdot p_1 \Rightarrow \frac{Q}{S} = (n-1)p_1 = 2 \cdot p_1$.

Када се промијени температура, промијениће се и притисци и запремине гасова у оба дијела суда. Нека при температури T_2 буде $V_1' = kV_2'$, гдје је $\underline{k}$ управо величина која се тражи у задатку. Слично као у претходном случају, важиће: $\frac{Q}{S} = (k-1)p_1'$.

Слиједи: $\frac{2p_1}{(k-1)p_1'} = 1 \Rightarrow \frac{p_1}{p_1'} = \frac{k-1}{2}$.

Из једначине гасног стања: $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_1' \cdot V_1'}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{p_1'} = \frac{T_1 \cdot V_1'}{T_2 \cdot V_1}$. Сада је:

(*) $\frac{k-1}{2} = \frac{T_1 V_1'}{T_2 V_1}$. Како је: $V = V_1 + V_2 = nV_2 + V_2 \Rightarrow V = (n+1)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{n+1}$

и $V_1 = nV_2$, то је: $\frac{V_1}{n} = \frac{V}{n+1} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{n}{n+1} \cdot V}$

Даље је: $V = V_1' + V_2'$ и $V_1' = kV_2' \Rightarrow V_2' = \frac{V_1'}{k}$

па је: $V = V_1' + \frac{V_1'}{k} = \frac{V_1'(k+1)}{k} \Rightarrow \boxed{V_1' = \frac{kV}{k+1}}$

Сада је (*) $\frac{k-1}{2} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\frac{kV}{k+1}}{\frac{nV}{n+1}} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{k(n+1)}{n(k+1)}$.

Како је $n=3$, а у задатку је дат однос температура $T_2=3\cdot T_1$, то имамо:

$$\frac{k-1}{2}=\frac{\cancel{T_1}}{3\cdot \cancel{T_1}}\cdot\frac{k\cdot 4}{3(k+1)} \Rightarrow \frac{k-1}{2}=\frac{4}{9}\cdot\frac{k}{k+1}$$

Слиједи квадратна једначина по k:

$$9(k^2-1)-8k=0 \Rightarrow 9k^2-8k-9=0$$

$$k_{1,2}=\frac{8\pm\sqrt{64+324}}{18}$$; Смисао има само рјешење са знаком $+$ тако да се добија $k=1,538$, одн. $\boxed{k\approx 1,5}$

Да бисмо одговорили на питање како су се измијениле запремине у суду, вратићемо се на релацију $V_1'=k\cdot V_2'$, па је $V_1'\approx 1,5\cdot V_2'$. Како је у почетку било $V_1=3V_2$ закључујемо да се смањила запремина у горњем а повећала у доњем дијелу суда.

3. R, v, $\Delta T=?$ C

Нагомилавањем e^- на кугли она постаје све више негативно наелектрисана те дјелује одбојном силом на нове e^- који пристижу. Број e^- (n) који ће стићи на куглу одређен је неједначином:

$$\frac{mv^2}{2}\geq\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ne^2}{R},$$

гдје је на лијевој страни кинетичка енергија e^- у бесконачности, а са десне стране је рад који e^- треба да изврши против одбојне силе. Дакле, максималан број e^- на кугли је:

$$n=\frac{2\pi\varepsilon_0 R m v^2}{e^2}.$$

По закону одржања енергије, за систем који чини кугла и тих

$$n\frac{mv^2}{2} = \frac{(ne)^2}{8\pi\varepsilon_0 R} + C\Delta T$$

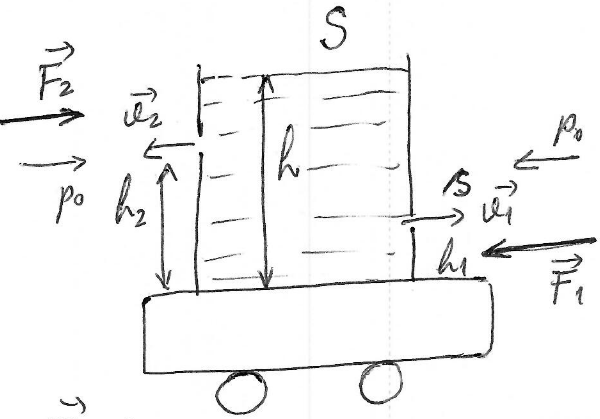
$$\frac{\cancel{2}\pi\varepsilon_0 R m^2 v^4}{\cancel{2}e^2} = \frac{\cancel{e^2}}{2\,\cancel{8\pi\varepsilon_0 R}}\cdot\frac{\cancel{4}\pi^{\cancel{2}}\varepsilon_0^{\cancel{2}}R^{\cancel{2}}m^2v^4}{e^{\cancel{4}2}} + C\Delta T$$

$$\frac{\pi\varepsilon_0 R m^2 v^4}{e^2} = \frac{\pi\varepsilon_0 R m^2 v^4}{2e^2} + C\cdot\Delta T$$

$$\frac{\pi\varepsilon_0 R m^2 v^4}{e^2} - \frac{\pi\varepsilon_0 R m^2 v^4}{2e^2} = C\cdot\Delta T$$

$$\frac{\pi\varepsilon_0 R m^2 v^4}{2e^2} = C\cdot\Delta T \Rightarrow \boxed{\Delta T = \frac{\pi\varepsilon_0 R m^2 v^4}{2e^2 C}}$$

4. $\rho = 10^3\,kg/m^3$, $h = 1m$, $h_1 = 0{,}25m$, $h_2 = 0{,}5m$, $s = 0{,}01m^2$, $F = ?$



Како је $S >> s$, важи Бернулијева једначина: $\rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{p_0} = \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{p_0}$

$$2g(h_2 - h_1) = v_1^2 - v_2^2$$

На суд са водом дјелују силе $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ услед истицања воде кроз отворе. Сила $\vec{F_1}$ је усмјерена на лијеву страну (супротно од смјера истицања воде), а сила $\vec{F_2}$ на десну страну. Силу ћемо изразити преко импулса млаза воде за вријеме Δt, тј. $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m \cdot v}{\Delta t} = \rho\cdot\frac{V\cdot v}{\Delta t} = \rho Q\cdot v$, тј. $F = \rho s v^2$. За отворе (1) и (2) важи: $F_1 = \rho s v_1^2$ и $F_2 = \rho s v_2^2$.

Како је $v_1^2 > v_2^2 \Rightarrow F = F_1 - F_2 = \rho s(v_1^2 - v_2^2) = 2g\rho s(h_2 - h_1)$

резултујућа сила делује у правцу x-осе, $\boxed{F \approx 5N}$